

中山大学

二00四年港澳台人士攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目代码: 811

科目名称: 计算科学基础
(计算方法、程序设计、常微分方程任选二门)

考试时间: 4 月 25 日 上午

考生须知

全部答案一律写在答题纸上, 答在试题纸上的不得分! 答题要写清题号, 不必抄题。

计算方法

- (20分) 求一个次数不高于3的插值多项式 $p(x)$, 使 $p(0) = 0$, $p(1) = 1$, $p(2) = 0$, $p(3) = 1$, 并写出误差估计公式 (设被插函数是任意次可微的)。

- (20分) 证明Chebyshev多项式 $T_n(x) = \cos(n \arccos x)$ 有如下递推公式:

$$T_{n+1}(x) = 2xT_n(x) - T_{n-1}(x), \quad (n = 1, 2, \dots).$$

设 $T_0(x) = 1$, 试根据递推公式求 $T_4(x)$.

- (15分) 证明带权Gauss求积公式

$$\int_a^b \rho(x)f(x)dx \approx \sum_{k=0}^n A_k f(x_k)$$

的系数 A_k ($k = 0, 1, \dots, n$)全为正的, 其中 $\rho(x) \geq 0$ 是权函数, 满足: $\rho \in C[a, b]$, $\rho(x) \neq 0$.

- (20分) 设有矩阵

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a & a \\ a & 1 & a \\ a & a & 1 \end{pmatrix}.$$

- 求 a 的取值范围, 使得 A 是正定的.
- 求 a 的取值范围, 使得用Jacobi迭代法(即简单迭代法)求解 $Ax = b$ 时收敛.

常微分方程

- (10分) 确定函数 $M(x, y)$, 使下述微分方程成为全微分型

$$M(x, y)dx + (2ye^x + y^2e^{3x})dy = 0.$$

- (10分) 求解下列微分方程

$$x^2y'' + xy' = 1.$$

- (15分) 求 $y'' + 4y = \sin 2t$ 的通解.

- (20分) 给定方程组

$$\begin{cases} x_1'' - 3x_1' + 2x_1 + x_2' - x_2 = 0 \\ x_1' - 2x_1 + x_2' + x_2 = 0. \end{cases}$$

- 试证上面方程组等价于方程组 $u' = Au$, 其中

$$u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_1' \\ x_2 \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 2 \\ 2 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

- 试求 $a)$ 中的方程组的基解矩阵.

- 试求原方程组满足初始条件

$$x_1(0) = 0, x_1'(0) = 1, x_2(0) = 0$$

的解.

- (10分) 试求具有下述性质的曲线, 即曲线上任意点处切线的切点就是该处切线被两坐标轴所截线段的中点.

- (10分) 试用李雅普诺夫函数研究下列方程组零解的稳定性

$$\frac{dx}{dt} = ax - xy^2, \quad \frac{dy}{dt} = 2x^4y. \quad (a \text{ 为参数})$$

程序设计

一、填空题(每个空 1 分, 共 10 分)。

- 1、用高级语言编写程序时,子程序调用语句中的实在参数必须与子程序说明中的形式参数在 () 上保持一致。
- 2、在高级程序设计语言中,使用参数是子程序之间传递信息的一种手段。参数传递方法有传值调用(call by value)、引用调用(call by reference)、传名调用(call by name)和宏扩展(macro expansion)。
 - (1)、传值调用是指把实在参数的 () 传递给相应的形式参数,子程序通过这种传值形参 () 传回结果(值或地址);
 - (2)、引用调用是指把实在参数的 () 传递给相应的形式参数,此时子程序对形式参数的一次引用或赋值被处理成对形式参数的 () 访问;
 - (3)、C语言中的函数,以 () 方式进行参数传递。
- 3、在允许子程序递归调用的高级语言环境中,需要动态存储管理方法,它通常使用一个 () 存放子程序的调用记录,调用记录可包括:
 - (1)、全局量存储区域的 () ;
 - (2)、调用点所在子程序的 () ;
 - (3)、调用点的 () ;
 - (4)、形式参数和实在参数的通信区域;
 - (5)、返回值等。

二、你认为良好的程序设计风格应该遵循哪些规则? (10分)

三、阅读下述C程序段,写出程序执行结果(第1小题7分,第2小题8分,共15分)。

```

1.
void u (int i,char *cp)
{ for ( ; i ; i--)
  printf("%c",*cp++);
}
main()
{ char a[] [3]={"eof","ABC","DEF"};
  char *p ;
  p=a[0] ;
  u(1,p++) ;
  u(1,p++) ;
  u(1,p) ;
  printf("%n") ;
  p=a[1] ;
  u(3,p++) ;
  u(2,p++) ;
}
    
```

第3题共6分

```

u(1,p) ;
printf("\n") ;
printf("%s\n",a[1]) ;
}
    
```

```

2. main()
{
  char ch[2][5]={"6937", "8254"},*p[2];
  int i,j,s=0;
  for(i=0; i<2; i++) p[i]=ch[i];
  for(i=0; i<2; i++)
    for(j=0; p[i][j]>'0'; j+=2)
      s=10*s+p[i][j]-'0';
  printf("%d\n",s);
}
    
```

四、(20分) 阅读下列程序说明和C代码,将应填入 (n) 处的字句写在答卷的对应栏内。本程序实现两个多项式相乘。多项式用链表表示,链表上的各表元按多项式的幂指数降序链接。例如:

$$f(x) = 2x^5 + 4x^2 + 8$$

设两个多项式 $f(x)$ 和 $g(x)$ 分别为

$$f(x) = f_n x^n + \dots + f_1 x + f_0, g(x) = g_m x^m + \dots + g_1 x + g_0$$

其积多项式为 $h(x) = f(x)g(x) = h_k x^k + \dots + h_1 x + h_0$

其中 $k = n + m, h_i = \sum_{n+r=i} f_n \times g_r \quad (0 \leq i \leq k)$

【程序】

```

#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
typedef struct elem { int index; double coef; struct elem *next;} POLYNODE;
void write (POLYNODE *g)
{ POLYNODE *p = g;
  while (p) { printf("%8.4f", p->coef);
    if (p->index) printf(" *x %d", p->index);
    if (p->next && p->next->coef > 0 ) printf(" + ");
    p=p->next;
  }
  printf(" \n\n");
}
main ()
{ POLYNODE *f, *g, *s, *inpoly(), *polymul();
  f = inpoly(); g = inpoly(); s = polymul(f, g); write(s);
}
    
```

第4题共6分

```

}
POLYNODE *reverse(POLYNODE *g)
{ POLYNODE *u = NULL, *v = g, *w;
while(v) { w= v->next; v->next=u; u=v; v=w;}
return u;
}
POLYNODE *polymul(POLYNODE *f, POLYNODE *g)
{ POLYNODE *fp, *gp, *tail, *p = NULL, *q;
int i, maxindex; double temp;
maxindex = f->index + g->index; g = reverse(g);
for(i = maxindex; i >= 0; i--) {
fp = f; gp = g;
while (fp != NULL && fp->index > i) fp = fp->next;
while (gp != NULL && gp->index < i- fp->index) gp = gp->next;
temp = 0.0;
while(fp && gp)
if (fp->index + gp->index == i) {
temp += fp->coef * gp->coef; fp = fp->next; gp = gp->next;
}
else if ( (1) ) fp = fp->next;
else gp = gp->next;
if (temp != 0.0) {
q = (POLYNODE *)malloc(sizeof(POLYNODE));
q->index = i; q->coef = temp; q->next = NULL;
if ( (2) ) p = q; else (3) ;
tail = q;
}
}
g = reverse(g); return p;
}
POLYNODE *inpoly()
{ POLYNODE *u, *v, *h = NULL, *p; int index; double coef;
printf("Input index(<0 for finish) "); scanf("%d", &index);
while (index >=0) {
printf("Input coef "): scanf ("%lf", &coef);
p = (POLYNODE *)malloc(sizeof(POLYNODE));
p->index = index; p->coef = coef;
v = h ;
while (v != NULL && index < v->index) { u = v; v = v->next;}
if (v == NULL || index > v->index)
{ p->next = v; if (v == h ) (4) ; else (5) ;}
else v->coef += coef;
}
}

```

第5页 共6页

```

printf("Input index(<0 for finish) "); scanf("%d", &index);
}
return h;
}

```

五、编程题(20分)。

用 C 语言编一个简单的计算器模拟程序，该程序对任意给定的正确四则运算表达式，计算并输出其结果值。表达式中运算分量为无正负号整数，运算符为 +、-、*、/，圆括号按常规配对，表达式以字符“=”结束。

第6页 共6页