中 山 大 学

二00四年港澳台人士攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目代码： 379

科目名称： 高等数学 （B）

考试时间： 4 月 24 日 下 午

考 生 须 知

全部答案一律写在答题纸上，答在试题纸上的不得分！答题要写清题号，不必抄题。

一．填空题（本题共 5 小题，每小题 5 分，满分 25 分。答案写在答题纸上并注明题号。）

1. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x-1}{x+3}\right)^{2x}=$ _____ 。

2. 直线 L: $\begin{cases}3x-2y+z-3=0\\2x+y-3z+4=0\end{cases}$ 的方向向量是：_____ 。

3. 微分方程 $y'''+y''-y'-y=0$ 的通解是：_____ 。

4. 设 P(A) $=\frac{1}{3}$， P(B) $=\frac{1}{4}$， P(A+B) $=\frac{5}{12}$， 则 P(B|A) = _____ 。

5. 设甲袋中有 a 只红球，b 只黄球，乙袋中有 c 只红球，d 只黄球。现从两袋中各任取一球，则所取得的两球颜色不同的概率是：_____ 。

二．选择题（本题共 5 小题，每小题 5 分，满分 25 分。每小题给出的四个选择项中，只有一项符合题目要求，把所选项前的字母写在答题纸上并注明题号。）

1. 设函数 $f(x)$ 连续，$F(x)=\int_0^{e^x}f(t)dt$ ，则 $F'(x)=$ [ ]。

(A) $xf(x)$ (B) $e^xf(x)$ (C) $xf(e^x)$ (D) $e^xf(e^x)$

2. 下列广义积分中收敛的是 [ ]。

(A) $\int_1^{+\infty}\frac{\arctan x}{x}dx$ (B) $\int_1^{+\infty}\sin\frac{1}{x^2}dx$

(C) $\int_1^{+\infty}\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}dx$ (D) $\int_1^{+\infty}\frac{x}{1+x^2}dx$

3. 设 $f(x,y)$ 连续，则 $\int_0^1dy\int_0^{\sqrt{y}}f(x,y)dx=$ [ ]。

(A) $\int_0^1dx\int_{x^2}^1f(x,y)dy$ (B) $\int_0^1dx\int_0^{x^2}f(x,y)dy$

(C) $\int_0^{\sqrt{y}}dx\int_0^1f(x,y)dy$ (D) $\int_0^1dx\int_0^1f(x,y)dy$

4. 设随机变量 X，Y 相互独立，方差 $D(X)=4$，$D(Y)=2$，则 $D(2X+Y)=$ [ ]。

(A) 6 (B) 10 (C) 18 (D) 20

5. 设 X_1，X_2 为相互独立的连续型随机变量，它们有相同的分布函数 $F(x)$，并且 $F'(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内连续，那么 $Z=\max\{X_1, X_2\}$ 的密度函数是 [ ]。

(A) $2F(z)$ (B) $2F'(z)$ (C) $F(z)+F'(z)$ (D) $2F(z)F'(z)$

三．（本题满分 10 分） 求 $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{\pi}{2}-\arctan x\right)^{\frac{1}{\ln x}}$ 。

四．（本题满分 10 分） 设 $y=x^{\cos x}$ $(x>0)$，求 dy 。

五．（本题满分 12 分） 设 $z=f\left(e^{xy},\frac{y}{x}\right)$ 有连续的二阶偏导数，求 $\frac{\partial z}{\partial x},\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$。

六．（本题满分 12 分） 设 $f(x)$ 在 (a，b) 内连续，x_1，x_2，…，x_n 是 (a，b) 内任意 n 个值，试证明： 在 (a，b) 内至少存在一点 c，使

$$f(c)=\frac{1}{n}[f(x_1)+f(x_2)+\cdots+f(x_n)]\ 。$$

七．（本题满分 15 分）求由曲面 $x^2+y^2+z^2=6az$， $az=x^2+y^2$ $(a>0)$ 所围成并含有点 $(0,0,3a)$ 的区域的体积 。

八．（本题满分 12 分） 求解线性微分方程初值问题 $\begin{cases}y'+\frac{1}{x}y=\frac{e^x}{x}\\ y|_{x=1}=1\end{cases}$ 。

九．（本题满分 14 分）求幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{x^{2n+1}}{n(2n+1)}$ 的收敛半径 R 与和函数 $S(x)$ 。

十．（本题满分 15 分）设随机变量 X 的密度函数为： $p(x)=\begin{cases}\frac{c}{2\pi\sqrt{1-x^2}} & |x|<1\\ 0 & 其它\end{cases}$ ，

试确定常数 c 的值并计算数学期望 $E(X)$ 和方差 $D(X)$ 。