中 山 大 学

二00七年港澳台人士攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目代码： 202

科目名称： 高等数学（B）

考试时间： 4 月 21 日 下 午

考生须知

全部答案一律写在答题纸上，答在试题纸上的不得分！请用蓝、黑色墨水笔或圆珠笔作答。答题要写清题号，不必抄题。

一、填空题（本题共 12 小题，每小题 5 分，满分 60 分；答案写在答题纸上并注明题号。）

1. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-1}{\sqrt{x}-1}=$__________.

2. $\lim_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\dfrac{1}{k(k+1)}=$__________.

3. $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}}=$_____.

4. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\int_0^x \sin(t^2)dt}{x^3}=$__________.

5. $\int_{-\pi/4}^{\pi/4}\dfrac{dx}{1+\sin x}=$__________.

6. $\int x\cos(x^2)dx=$__________.

7. 设 $y=\ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)$，则 $\dfrac{dy}{dx}=$__________.

8. 过点 (1,1,−1) 与平面 2x+y-z+1=0 垂直的直线方程是：____________________.

9. 微分方程 y'-y=1 的通解是____________________

10. 一口袋中有 3 个白球和 4 个黑球，从中无放回地随机取出两个球，则“取出的两个球中恰好有 1 个黑球”的概率等于__________.

11. 设随机变量 X 服从正态分布 $N(1,1)$，则随机变量 $Y=aX^2+bX+c$ 的期望=__________.

12. 设总体 X 服从参数为 $\lambda>0$ 的指数分布，而 $x_1,x_2,\ldots,x_n$ 是来自该总体的简单随机样本，则参数 λ 的最大似然估计 $\hat{\lambda}=$__________

二.（本题满分 12 分）设 $u=f\left(\frac{y}{x}\right)$，其中 函数 f 二阶可导，求 $\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}$.

三.（本题满分 12 分）证明：当 $x\neq y$ 时，$e^{\frac{x+y}{2}}>\frac{1}{2}\left(e^x+e^y\right)$.

四.（本题满分 12 分）设 $f(x)$ 是一个以 T 为周期的连续函数，试证明：$\int_a^{a+T} f(x)dx=\int_0^T f(x)dx$ 对任意常数 a 都成立。

五.（本题满分 12 分）求由曲面 $z=\sqrt{1-\left(x^2+y^2\right)}$ 与 $z=\sqrt{2}\left(x^2+y^2\right)$ 围成的立体在 $z\geq\sqrt{2}\left(x^2+y^2\right)$ 部分的体积。

六.（本题满分 12 分）一质点在椭球面 $x^2+y^2+\frac{z^2}{2}=1$ 上运动，求该点到平面 $y-x+2=0$ 的距离的最大值，并给出此时该点的坐标。

七.（本题满分 15 分）假定 $p(x)=\begin{cases} C\sin x & 0\leq x\leq\pi \\ 0 & otherwise\end{cases}$ 是随机变量 X 的密度函数，试确定常数 C 的值并计算 X 的期望与方差。

八.（本题满分 15 分）求方程 $y''-3y'+2y=2x-3$ 的通解。