港澳台地区硕士研究生入学数学考试大纲

考试科目

微积分、线性代数、概率论

微积分

一、函数、极限、连续

考试内容

函数的概念及表示法　函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性　反函数、复合函数、隐函数、分段函数　基本初等函数的性质及其图形　初等函数

数列极限与函数极限的定义及其性质　函数的左极限和右极限　无穷小和无穷大的概念及关系 无穷小的性质及无穷小的比较　极限四则运算　极限存在的两个准则（单调有界准则和夹逼准则）两个重要极限

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \lim_{x \to \infty} (1+\frac{1}{x})^x = e$$

函数连续与间断的概念　初等函数的连续性　闭区间上连续函数的性质

考试要求

1．理解函数的概念，掌握函数的表示法。

2．了解函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性。

3．理解复合函数、反函数、隐函数和分段函数的概念。

4．掌握基本初等函数的性质及其图形，理解初等函数的概念。

5．会建立简单应用问题中的函数关系式。

6．了解数列极限和函数极限（包括左极限与右极限）的概念。

7．理解无穷小的概念和基本性质，掌握无穷小的比较方法。了解无穷大的概念及其与无穷小的关系。

8．了解极限的性质与极限存在的两个准则，掌握极限四则运算法则，会应用两个重要极限。

9．理解函数连续性的概念（含左连续与右连续），会判别函数间断点的类型。

10．了解连续函数的性质和初等函数的连续性，了解闭区间上连续函数的性质（有界性、最大值和最小值定理、介值定理）及其简单应用。

二、一元函数微分学

考试内容

导数的概念　导数的几何意义和经济意义　函数的可导性与连续性之

间的关系　导数的四则运算　基本初等函数的导数　复合函数、反函数和隐函数的导数　高阶导数　微分的概念和运算法则

罗尔（Rolle）定理和拉格朗日（Lagrange）中值定理及其应用　洛必达（L'Hospital）法则　函数单调性　函数的极值　函数图形的凹凸性、拐点及渐近线　函数的最大值和最小值

考试要求

1．理解导数的概念及可导性与连续性之间的关系，了解导数的几何意义与经济意义（含边际和弹性的概念）。

2．掌握基本初等函数的导数公式、导数的四则运算法则及复合函数的求导法则；掌握反函数与隐函数求导法，了解对数求导法。

3．了解高阶导数的概念，会求简单函数的高阶导数。

4．了解微分的概念，导数与微分之间的关系，以及一阶微分形式的不变性，会求函数的微分。

5．理解罗尔定理和拉格朗日中值定理的条件和结论。

6．会用洛必达法则求极限。

7．掌握函数单调性的判别方法及简单应用，掌握极值、最大值和最小值的求法（含解较简单的应用题）。

8．会用导数判断函数图形的凹凸性，会求函数图形的拐点和渐近线。

三、一元函数积分学

考试内容

原函数与不定积分的概念　不定积分的基本性质　基本积分公式　不定积分的换元积分法和分部积分法　定积分的概念和基本性质　定积分中值定理　变上限定积分定义的函数及其导数　牛顿-莱布尼茨（Newton-Leibniz）公式　定积分的换元积分法和分部积分法　广义积分的概念和计算　定积分的应用

考试要求

1．理解原函数与不定积分的概念，掌握不定积分的基本性质的基本积分公式，掌握计算不定积分的换元积分法和分部积分法。

2．了解定积分的概念和基本性质，了解定积分中值定理，掌握牛顿-莱布尼茨公式，以及定积分的换元积分法和分部积分法。了解变上限定积分定义的函数并会求它的导数。

3．会利用定积分计算平面图形的面积和旋转体的体积，会利用定积分求解简单的经济应用问题。

4．了解广义积分的概念，会计算广义积分，了解广义积分

$$\int_a^{\infty} \frac{dx}{x^p} 和 \int_0^a \frac{dx}{x^p} \qquad (a>0)$$

的收敛与发散的条件。

四、多元函数微积分学

考试内容

多元函数的概念　二元函数的几何意义　二元函数的极限与连续性　有界闭区域上二元连续函数的性质　多元函数的偏导数的概念与计算　多元复合函数的求导法与隐函数求导法　二阶偏导数　全微分　多元函数的极值和条件极值、最大值和最小值

考试要求

1. 了解多元函数的概念，了解二元函数的几何意义。

2. 了解二元函数的极限与连续的直观意义，了解有界闭区域上二元连续函数的性质。

3. 了解多元函数偏导数与全微分的概念，掌握求多元复合函数偏导数和全微分的方法，会用隐函数的求导法则。

4. 了解多元函数极值和条件极值的概念，掌握多元函数极值存在的必要条件，了解二元函数极值存在的充分条件，会求二元函数的极值，会用拉格朗日乘数法求条件极值。会求简单多元函数的最大值和最小值，会求解一些简单的应用题。

线性代数

一、行列式

考试内容

行列式的概念和基本性质　行列式按行（列）展开定理

考试要求

1. 了解 n 阶行列式的概念，掌握行列式的性质。

2. 会应用行列式的性质和行列式按行（列）展开定理计算行列式。

二、矩阵

考试内容

矩阵的概念　矩阵的线性运算　矩阵的乘法　方阵的幂　方阵乘积的行列式　矩阵的转置　逆矩阵的概念和性质　矩阵可逆的充分必要条件　伴随矩阵　矩阵的初等变换　初等矩阵　矩阵的秩　矩阵的等价　分块矩阵及其运算

考试要求

1. 理解矩阵的概念，了解单位矩阵、对角矩阵、数量矩阵、三角矩阵的定义及性质，了解对称矩阵、反对称矩阵及正交矩阵等的定义和性质。

2. 掌握矩阵的线性运算、乘法，以及它们的运算规律，掌握矩阵转置的性质，了解方阵的幂，掌握方阵乘积的行列式的性质。

3. 理解逆矩阵的概念，掌握逆矩阵的性质，以及矩阵可逆的充分必要条件，理解伴随矩阵的概念，会用伴随矩阵求逆矩阵。

4. 了解矩阵的初等变换和初等矩阵及矩阵等价的概念，理解矩阵的秩的概念，会用初等变换求矩阵的逆和秩。

5. 了解分块矩阵的概念，掌握分块矩阵的运算法则。

三、向量

考试内容

向量的概念　向量的线性组合与线性表示　向量组的线性相关与线性无关　向量组的极大线性无关组　等价向量组　向量组的秩　向量组的秩与矩阵的秩之间的关系

考试要求

1. 了解向量的概念，掌握向量的加法和数乘运算法则。

2. 理解向量的线性组合与线性表示、向量组线性相关、线性无关等概念，掌握向量组线性相关、线性无关的有关性质及判别法。

3. 理解向量组的极大线性无关组的概念，掌握求向量组的极大线性无关组的方法。

4. 了解向量组等价的概念，理解向量组的秩的概念，了解矩阵的秩与其行（列）向量组的秩之间的关系，会求向量组的秩。

四、线性方程组

考试内容

线性方程组的克莱姆（又译：克拉默）(Cramer) 法则　线性方程组有解和无解的判定　齐次线性方程组的基础解系和通解　非齐次线性方程组的解与相应的齐次线性方程组（导出组）的解之间的关系　非齐次线性方程组的通解

考试要求

1. 会用克莱姆法则解线性方程组。

2. 掌握线性方程组有解和无解的判定方法。

3. 理解齐次线性方程组的基础解系的概念，掌握齐次线性方程组的基础解系和通解的求法。

4. 掌握非齐次线性方程组的通解的求法，会用其特解及相应的导出组的基础解系表示非齐次线性方程组的通解。

概率论

一、随机事件和概率

考试内容

随机事件与样本空间（基本事件空间）　事件的关系与运算　完全事件组　概率的概念　概率的基本性质　古典型概率　几何型概率　条件

概率 概率的基本公式 事件的独立性 独立重复试验

考试要求

1. 了解样本空间（基本事件空间）的概念，理解随机事件的概念，掌握事件间的关系及运算。

2. 理解概率、条件概率的概念，掌握概率的基本性质，会计算古典型概率和几何型概率，掌握计算概率的加法公式、乘法公式、全概率公式以及贝叶斯公式等基本公式。

3. 理解事件独立性的概念，掌握用事件独立性进行概率计算；理解独立重复试验的概念。

二、随机变量及其概率分布

考试内容

随机变量及其概率分布 随机变量的分布函数的概念及其性质 离散型随机变量的概率分布 连续型随机变量的概率密度 常见随机变量的概率分布 随机变量函数的概率分布

考试要求

1. 理解随机变量及其概率分布的概念；理解分布函数

$F(x)=P\{X\leq x\}\quad (-\infty < x < \infty)$

的概念及性质；会计算与随机变量相联系的事件的概率。

2. 理解离散型随机变量及其概率分布的概念，掌握 0—1 分布、二项分布、泊松（Poisson）分布及其应用。

3. 掌握泊松定理的结论和应用条件，会用泊松分布近似表示二项分布。

4. 理解连续型随机变量及其概率密度的概念，掌握均匀分布、正态分布 N（μ，σ^2）、指数分布及其应用，其中参数为 λ（$\lambda>0$）的指数分布的密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda x}, x>0;\\ 0, x\leq 0.\end{cases}$$

5. 会根据自变量的概率分布求其简单函数的概率分布。

三、随机变量的数字特征

考试内容

随机变量的数学期望（均值）、方差、标准差及其性质 随机变量函数的数学期望

考试要求

1. 理解随机变量数字特征（数学期望、方差、标准差）的概念，并会利用数字特征的基本性质计算具体分布的数字特征，掌握常见分布的数字特征。

2. 会根据随机变量的概率分布求其函数的数学期望。

试卷结构

（一）内容比例

微积分	约 50%
线性代数	约 30%
概率论	约 20%

（二）题型比例

填空与选择题	约 54%
解答题（包括证明题）	约 46%

样卷及参考答案

一、填空题（本题共 10 小题，每小题 4 分，满分 40 分，把答案填在题中横线上）

1. $\lim\limits_{x\to\infty}(1+\frac{k}{x})^x=\sqrt{e}$，则 k=__________.

2. 已知函数 $f(x)$ 在 x_0 处可导，且 $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{f(x_0-2x)-f(x_0)}{x}=4$，则 $f'(x_0)=$________.

3. 设某企业每月生产 q 吨产品时总成本 C 是产量 q 的函数，$C(q)=q^2-10q+20$，则每月生产产品 8 吨时的边际成本是__________.

4. 设 $f(x)=\sqrt{1+2x}$ 则 $f(x)$ 的一个原函数为________.

5. $\int^{2}\frac{e^{-\frac{1}{x}}}{x^2}dx=$________________.

6. 设 A 为 3 阶方阵，且 $|A|=-2$，则 $|-3A^T|=$__________.

7. 设$\begin{vmatrix} k & 3 & 4 \\ -1 & k & 0 \\ 0 & k & 1 \end{vmatrix}=0$， 则 k=________或________.

8. 设 $P(A)=0.6, P(B)=0.5, P(A/B)=0.6$, 则 $P(A+B)=$________.

9. 盒内有 16 个球，其中有 6 个白球，10 个红球，不放回地连续从中取两次，每次取一个球，则两次取出的都是白球的概率是________.

10. 已知连续型随机变量 X 的分布密度 $f(x)=\begin{cases} x & 0 \le x < 1 \\ 2-x, & 1 \le x < 2 \\ 0 & 其它 \end{cases}$，则随机变量 X 的方差 DX=__________.

二、选择题（本题共 10 小题，每小题 4 分，满分 40 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，把所选项前的字母填在题后的括号内）。

1. 若 $f(x)=\begin{cases} x^2+2x, & x \ge 0 \\ \ln(1+ax), & x(0 \end{cases}$ 在 x=0 处可导，则 a= [　　]

（A）−2　　（B）1　　（C）2　　（D） 3

2. 下列各式中，正确的结果是 [　　]

（A） $\int f'(x)dx = f(x)$　　（B） $\int df(x) = f(x)$

（C） $d\int f(x)dx = f(x)$　　（D） $\frac{d}{dx}\int f(x)dx = f(x)$

3. 设 $f(x)$为可导函数，且满足条件

$$\lim_{x \to 0} \frac{f(1)-f(1-x)}{2x} = -1$$

则曲线 $y=f(x)$在点（1，f（1））处的切线斜率为 [　　]

（A）−2　　（B）−1　　（C）1　　（D）2

4. 设方程 $xy-e^x+e^y=0$ 确定 y 是 x 的函数，则 $dy\Big|_{\substack{x=0\\y=0}}$ =[　　]

（A）dx　　（B）$-dx$

（C）$2dx$　　（D） $-2dx$

5. 设 $z=x\ln(x+y)$则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}\Big|_{\substack{x=1\\y=1}}$ =[　　]

（A） $\frac{2}{3}$　　（B） $\frac{1}{9}$

（C） $\frac{1}{2}$　　（D） $\frac{1}{4}$

6. 设 A，B 是 n 阶方阵，下列等式正确的是 [　　]

（A）$(A+B)^2=A^2+2AB+B^2$　　（B）$(A+B)(A-B)=A^2-B^2$

（C）$(A-B)(A+B)=A^2-B^2$　　（D）$(A+B)^2=A^2+AB+BA+B^2$

7. 设线性方程组 $AX=b$ 有 m 个方程 n 个未知量，则下列命题中正确的是 [　　]

（A）若 AX=0 仅有零解，则 $AX=b$ 有唯一解；

（B）若 AX=0 有非零解，则 $AX=b$ 有无穷多解；

（C）若 AX=b 有无穷多解，则 $AX=0$ 仅有零解；

（D）若 AX=b 有无穷多解，则 $AX=0$ 有非零解。

8. 设向量组 $\alpha_1=(1, 2, 3)^T$，$\alpha_2=(2,3,1)^T$, $\alpha_3=(3,1,2)^T$, $\beta=(0,4,2)^T$，则 β 可由 α_1，α_2，α_3 线性表示为 [　　].

（A） $\beta=\alpha_1-\alpha_2-\alpha_3$　　（B） $\beta=\alpha_1-\alpha_2+\alpha_3$

（C） $\beta=\alpha_1+\alpha_2-\alpha_3$　　（D） $\beta=\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3$

9. 设 A，B，C 为三个随机事件，则三个事件中至少有一个没发生可表示为 [　　].

（A） $\overline{A}\overline{B}C+\overline{A}B\overline{C}+A\overline{B}\overline{C}$　　（B） $\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}$

（C） $\overline{A}BC+A\overline{B}C+AB\overline{C}$　　（D） $A+B+C$

10. 甲，乙，丙三个人独立地向某一目标射击一次，三人的命中率分别是 0.5，0.6，0.7，则目标被击中的概率为 [　　].

（A） 0.92　　（B） 0.94

（C） 0.95　　（D） 0.9

三（本题 12 分）

设 $y=xe^{-x}$ 求：①函数的单调增、减区间；②函数的极值；

③曲线的凹向区间和拐点。

四、（本题 12 分）当 a(0≤a≤4)为何值时，两条曲线 $y=-\frac{2}{3}x(x-a)$ 与 $y=(4-a)x(x-a)$ 所围图形的面积最大？

五、（本题 10 分）计算 $\int_{\frac{1}{2}}^{1} e^{\sqrt{2x-1}}dx$

六、（本题 12 分）

已知 X=AX+B 其中

$A=\begin{pmatrix}0 & 1 & 0\\ -1 & 1 & 1\\ -1 & 0 & -1\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 2 & 0\\ 5 & -3\end{pmatrix}$，求：矩阵方程的解 X。

七、（本题 12 分）

当 a 为何值时，线性方程组 $\begin{cases} x_1+x_2+x_3=1\\ 2x_1+3x_2+ax_3=3\\ x_1+ax_2+3x_3=3\end{cases}$ 有唯一解？无解？有无穷多解？当有无穷多解时，求解方程组，并用其导出组的基础解系表示出全部解。

八、（本题 12 分）

设有两个盒子，甲盒中装有两个白球和一个黑球，乙盒中装有一个白球和两个黑球。现从甲盒中任取一个球放入乙盒，再从乙盒中任取一球，求：从乙盒中取出的是白球的概率。

参考答案

一、 填空题

1. $\frac{1}{2}$ 2. -2 3. 6 4. $\frac{1}{3}(1+2x)^{\frac{3}{2}}$ 5. $e^{-\frac{1}{2}}-e^{-1}$

6. 54 7. 3 或 1 8. 0.8 9. $\frac{1}{8}$ 10. $\frac{1}{6}$.

二、选择题

1. C 2.D 3. A 4. A 5. D 6. D 7. D 8. C 9. B 10. B

三. ① $f(x)$在$(-\infty,1)$ 内单调增；在（1，+∞）内单调减。

②在 x=1 处有极大值 $f(1)=e^{-1}$

③在（−∞，2）内下凹，在（2，+∞）内上凹；（2，$-2e^{-2}$）为拐点。

四、a=3.5

五、1

六、$\begin{pmatrix}3 & -1\\ 2 & 0\\ 1 & -1\end{pmatrix}$

七、当 a≠0 且 a≠3 时，有唯一解；

当 a=0 时，方程组无解

当 a=3 时，方程组有无穷多解，其全部解

$\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\ 1\\ 0\end{pmatrix}+c\begin{pmatrix}0\\ -1\\ 1\end{pmatrix}$ （C 为任意常数）。

八、$\frac{5}{12}$.