

# 天津师范大学

## 2003 年硕士研究生入学考试试题

试题名称: 数学基础

试题编号: 329

专业名称: 基础数学、课程与教学论

研究方向: 常微分方程等

共 2 页, 第 1 页

★ 考生答案必须写在答题纸上, 写在其他位置无效。

(1—6 题每题 15 分, 7—9 题每题 20 分)

1. 设  $x_0=1, x_1=1+\frac{x_0}{x_0+2}, \dots, x_{n+1}=1+\frac{x_n}{x_n+2}$ , 试证  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$  存在, 并求出极限值。

值。

2. 对于正整数  $m$ , 及常数  $a_1, a_2, \dots, a_m$ , 若  $|x| < 1$ , 证明

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (a_0 + a_1 n + a_2 n^2 + \dots + a_m n^m) x^n = 0.$$

3. 对于正整数  $n$ , 证明

$$\ln(n+1) < 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} < 1 + \ln n.$$

4. 求幂级数  $\sum_{n=1}^{+\infty} n(n+1)x^n$  的和函数。

5. 求幂级数  $\sum_{n=1}^{+\infty} (1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2}) x^n$  的收敛域。

6. 求  $\lim_{\mu \rightarrow +\infty} \frac{1}{2\pi} \int_0^\mu dz \iint_D \frac{\sin(z\sqrt{x^2+y^2})}{\sqrt{x^2+y^2}} dx dy$ , 其中  $D: 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4$ 。

7. 设  $V$  是数域  $F$  上的向量空间,  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  是  $V$  中三个线性无关的向量,  $\beta_1 = \alpha_1 - 2\alpha_2 + \alpha_3, \beta_2 = 3\alpha_2 + 2\alpha_3, \beta_3 = -\alpha_1 + \alpha_2 + 3\alpha_3, \beta_4 = -\alpha_2 - 3\alpha_3, W = L(\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4)$  (即  $W$  是由  $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$  生成的空间)。

(1) 设  $(\beta_1 \ \beta_2 \ \beta_3 \ \beta_4) = (\alpha_1 \ \alpha_2 \ \alpha_3) A, AB = I$  ( $I$  为 3 阶单位阵), 求  $A$  与

$B$ ;